

Wymagania edukacyjne z matematyki - zakres rozszerzony

klasa III Liceum

1. FUNKCJE TRYGNOMETRYCZNE

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na jego końcowym ramieniu
• zaznacza kąt w układzie współrzędnych
• określa znaki funkcji trygonometrycznych danego kąta
• oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kątów: 90° , 120° , 135° , 150°
• określa położenie końcowego ramienia kąta na podstawie informacji o wartościach funkcji trygonometrycznych tego kąta
• wykorzystuje funkcje trygonometryczne – w prostych przypadkach
• zapisuje miarę danego kąta w postaci $k \cdot 360^\circ + \alpha$, $k \in \mathbf{Z}$
• zamienia miarę stopniową na miarę łukową i odwrotnie
• odczytuje okres podstawowy funkcji z jej wykresu
• szkicuje wykresy funkcji trygonometrycznych w danym przedziale i określa ich własności
• szkicuje wykres funkcji $y = f(x - p) + q$, gdzie f jest funkcją trygonometryczną, i określa jej własności
• szkicuje wykresy funkcji $y = -f(x)$ oraz $y = f(-x)$, gdzie f jest funkcją trygonometryczną, i określa ich własności
• uzasadnia proste tożsamości trygonometryczne, podaje odpowiednie założenia
• oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, znając wartość funkcji sinus lub cosinus
• wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kątów z zastosowaniem wzorów na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów
• stosuje wzory na funkcje trygonometryczne podwojonego kąta – w prostych przypadkach
• zapisuje dany kąt w postaci $k \cdot \frac{\pi}{2} \pm \alpha$ lub $k \cdot 90^\circ \pm \alpha$, gdzie $k \in \mathbf{Z}$
• stosuje wzory redukcyjne do obliczania wartości funkcji trygonometrycznych danych kątów
• rozwiązuje proste równania trygonometryczne
• posługuje się tablicami lub kalkulatorem do wyznaczania miary kąta w podanym przedziale, znając wartość jednej z jego funkcji trygonometrycznych

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• oblicza wartości funkcji trygonometrycznych szczególnych kątów, np.: -90° , 315° , 1080°
• stosuje w zadaniach funkcje trygonometryczne – w trudniejszych przypadkach
• wyznacza kąt, mając daną wartość jednej z jego funkcji trygonometrycznych – w trudniejszych przypadkach
• szkicuje wykres funkcji okresowej
• stosuje okresowość funkcji do wyznaczania jej wartości
• stosuje własności funkcji trygonometrycznej do obliczania jej wartości dla kąta o podanej mierze łukowej
• na podstawie wykresów funkcji trygonometrycznych szkicuje wykresy funkcji będące efektem wykonania kilku przekształceń; określa ich własności
• oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, znając wartość funkcji tangens lub cotangens
• udowadnia tożsamości trygonometryczne, podaje odpowiednie założenia – w trudniejszych

zadaniach
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów, podwojonego kąta do przekształcania wyrażeń, w tym do uzasadniania tożsamości trygonometrycznych – w trudniejszych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje wzory redukcyjne do upraszczania wyrażeń i udowadniania tożsamości trygonometrycznych
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje związki między funkcjami trygonometrycznymi do rozwiązywania trudniejszych równań trygonometrycznych
<ul style="list-style-type: none"> • wyznaczania zbioru wartości funkcji złożonej
<ul style="list-style-type: none"> • obliczania wartości funkcji trygonometrycznych połowy kąta

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> • wyprowadza wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów oraz funkcje podwojonego kąta
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania dotyczące funkcji trygonometrycznych – o znacznym stopniu trudności

2. GEOMETRIA ANALITYCZNA

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> • oblicza odległość między punktami w układzie współrzędnych
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje wzór na odległość między punktami w zadaniach dotyczących wielokątów – w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza współrzędne środka odcinka, gdy dane są współrzędne jego końców
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje wzory na współrzędne środka odcinka do rozwiązywania zadań – w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza odległość punktu od prostej i odległość między prostymi równoległymi
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje wzór na odległość punktu od prostej do rozwiązywania zadań – w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> • podaje równanie okręgu o danym środku i promieniu
<ul style="list-style-type: none"> • podaje współrzędne środka i promień okręgu, gdy dane jest jego równanie w postaci kanonicznej lub postaci ogólnej
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza równanie okręgu o danym środku, przechodzącego przez dany punkt
<ul style="list-style-type: none"> • podaje liczbę punktów wspólnych i określa wzajemne położenie okręgu i prostej opisanych danymi równaniami
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje algebraicznie układy równań drugiego stopnia i podaje ich interpretację geometryczną w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> • wykonuje działania na wektorach
<ul style="list-style-type: none"> • sprawdza, czy wektory są równoległe
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje działania na wektorach do badania współliniowości punktów
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje działania na wektorach do podziału odcinka
<ul style="list-style-type: none"> • wykorzystuje działania na wektorach do rozwiązywania prostych zadań dotyczących wielokątów w układzie współrzędnych
<ul style="list-style-type: none"> • rozpoznaje figury osiowosymetryczne i środkowosymetryczne
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza współrzędne obrazów punktów oraz wierzchołków wielokąta w symetrii osiowej lub symetrii środkowej względem osi układu współrzędnych lub początku układu współrzędnych

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza równanie krzywej, do której należą punkty równo odległe od punktu i od prostej
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje własności stycznej do okręgu do rozwiązywania zadań – w trudniejszych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje wzory na odległość między punktami i środek odcinka do rozwiązywania zadań

dotyczących wielokątów – w trudniejszych przypadkach
● sprawdza, czy dane równanie jest równaniem okręgu
● wyznacza wartość parametru tak, aby dane równanie opisywało okrąg
● stosuje równanie okręgu do rozwiązywania zadań, w tym do wyznaczania równania okręgu opisanego na trójkącie
● określa wzajemne położenie dwóch okręgów opisanych danymi równaniami
● wykorzystuje wzajemne położenie okręgów w prostych zadaniach z parametrem
● stosuje układy równań drugiego stopnia w zadaniach różnych typów
● stosuje w zadaniach działania na wektorach oraz ich interpretację geometryczną – w bardziej złożonych przypadkach
● stosuje własności symetrii osiowej i symetrii środkowej – w bardziej złożonych przypadkach

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

● wykorzystuje działania na wektorach w zadaniach na dowodzenie
● rozwiązuje zadania z geometrii analitycznej o znacznym stopniu trudności

3. CIĄGI

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

● wyznacza kolejne wyrazy ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych wyrazów
● wyznacza wyrazy ciągu opisanego słownie
● szkicuje wykres ciągu
● wyznacza wzór ogólny ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych wyrazów
● wyznacza wyrazy ciągu spełniające dany warunek (np. przyjmujące daną wartość) – w prostych przypadkach
● podaje przykłady ciągów monotonicznych, których wyrazy spełniają podane warunki
● uzasadnia, że dany ciąg nie jest monotoniczny
● wyznacza wyraz a_{n+1} ciągu określonego wzorem ogólnym
● bada monotoniczność ciągu – w prostszych przypadkach
● wyznacza początkowe wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym lub określonego rekurencyjnie oraz wzór rekurencyjny ciągu, gdy dany jest wzór ogólny – w prostych przypadkach
● wyznacza wzór ogólny ciągu, będącego sumą, różnicą, iloczynem lub ilorazem danych ciągów, i bada ich monotoniczność – w prostych przypadkach
● podaje przykłady ciągów arytmetycznych
● wyznacza wyrazy ciągu arytmetycznego, gdy dane są jego pierwszy wyraz i różnica
● określa monotoniczność ciągu arytmetycznego
● wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego, gdy dane są dwa jego wyrazy
● stosuje związek między trzema kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego do wyznaczania wyrazów ciągu arytmetycznego
● sprawdza, czy dany ciąg jest arytmetyczny – w prostych przypadkach
● oblicza sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego
● podaje przykłady ciągów geometrycznych
● wyznacza wyrazy ciągu geometrycznego, gdy dane są jego pierwszy wyraz i iloraz
● wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego, gdy dane są dwa jego wyrazy
● określa monotoniczność ciągu geometrycznego
● sprawdza, czy dany ciąg jest geometryczny – w prostych przypadkach
● oblicza sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego
● wyznacza wartości niewiadomych tak, aby wraz z danymi liczbami tworzyły ciąg arytmetyczny lub geometryczny – w prostych przypadkach

<ul style="list-style-type: none"> • stosuje własności ciągu arytmetycznego i ciągu geometrycznego w zadaniach różnego typu – w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza wysokość kapitału przy różnych okresach kapitalizacji
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza oprocentowanie lokaty i okres oszczędzania – w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> • ustala na podstawie wykresu, czy dany ciąg ma granicę, a w przypadku ciągu zbieżnego podaje jej wartość
<ul style="list-style-type: none"> • ustala liczbę wyrazów danego ciągu oddalonych od danej liczby o podaną wartość oraz liczbę wyrazów większych (mniejszych) od danej wartości – w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> • podaje granice ciągów $a_n = q^n$, gdy $q \in (-1; 1)$, $a_n = \frac{1}{n^k}$, gdy $k > 0$ oraz $a_n = \sqrt[n]{a}$, gdy $a > 0$
<ul style="list-style-type: none"> • rozpoznaje ciąg rozbieżny na podstawie wykresu i określa, czy ma on granicę niewłaściwą, czy nie ma granicy
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje twierdzenie o rozbieżności ciągów: $a_n = q^n$ dla $q > 1$ oraz $a_n = n^k$ dla $k > 0$
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza granice ciągów, korzystając z twierdzeń o granicach ciągów zbieżnych i rozbieżnych – w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> • sprawdza, czy dany szereg geometryczny jest zbieżny
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza sumę szeregu geometrycznego – w prostych przypadkach

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza wzór ogólny ciągu spełniającego podane warunki – w trudniejszych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> • bada monotoniczność ciągów
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące monotoniczności ciągu
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności związane ze wzorem rekurencyjnym ciągu
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje równania z zastosowaniem wzorów na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego i geometrycznego – w trudniejszych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje związek między trzema kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego w zadaniach różnego typu
<ul style="list-style-type: none"> • uzasadnia wzory, stosując wzór na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje w zadaniach własności ciągów arytmetycznego i geometrycznego, w tym wzory na sumę n początkowych wyrazów tych ciągów, również osadzonych w kontekście praktycznym i na dowodzenie
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania związane z lokatami dotyczące okresu oszczędzania, wysokości oprocentowania oraz zadania związane z kredytami
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza granice ciągów, korzystając z twierdzeń o granicach ciągów zbieżnych i rozbieżnych – w trudniejszych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje wzory na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego do obliczania granic ciągów
<ul style="list-style-type: none"> • uzasadnia, że dany ciąg nie ma granicy
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza granice ciągów, stosując twierdzenie o trzech ciągach
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza wartości zmiennej, dla której szereg jest zbieżny
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje wzór na sumę szeregu geometrycznego w zadaniach dotyczących własności ciągów
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje równania, stosując wzór na sumę szeregu geometrycznego
<ul style="list-style-type: none"> • zamienia ułamek okresowy na ułamek zwykły

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące ciągów, w szczególności monotoniczności ciągu
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania dotyczące długości krzywych, stosując wzór na sumę szeregu geometrycznego
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza granicę ciągu w zależności od wartości parametru
<ul style="list-style-type: none"> • uzasadnia istnienie granicy niewłaściwej

4. RACHUNEK RÓŻNICZKOWY

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

● uzasadnia, że funkcja nie ma granicy w punkcie. np. na podstawie jej wykresu – w prostych przypadkach
● oblicza granice funkcji w punkcie, korzystając z twierdzeń o granicach – w prostych przypadkach
● oblicza granice jednostronne funkcji w punkcie – w prostych przypadkach
● wyznacza granice niewłaściwe funkcji w punkcie – w prostych przypadkach
● wyznacza granice niewłaściwe jednostronne funkcji w punkcie – w prostych przypadkach
● wyznacza granice funkcji w nieskończoności – w prostych przypadkach
● wyznacza równania asymptot pionowych i poziomych wykresu funkcji – w prostych przypadkach
● sprawdza, czy funkcja jest ciągła w danym punkcie – w prostych przypadkach
● oblicza pochodną funkcji w punkcie, korzystając z jej definicji – w prostych przypadkach
● stosuje interpretację geometryczną pochodnej funkcji w punkcie do wyznaczania współczynnika kierunkowego stycznej do wykresu funkcji w punkcie i oblicza miarę kąta, jaki ta styczna tworzy z osią OX – w prostych przypadkach
● wyznacza równanie stycznej do wykresu funkcji w danym punkcie
● wyznacza funkcję pochodną wielomianów i oblicza jej wartość w danym punkcie
● stosuje twierdzenie o pochodnej sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji do wyznaczania funkcji pochodnej oraz pochodnej funkcji – w prostych przypadkach
● wyznacza wzór funkcji złożonej i jej dziedzinę – w prostych przypadkach
● stosuje pochodną funkcji do wyznaczania prędkości oraz przyspieszenia poruszających się ciał – w prostych przypadkach
● korzysta z własności pochodnej do wyznaczania przedziałów monotoniczności wielomianów
● podaje ekstremum funkcji, korzystając z jej wykresu
● wyznacza ekstrema wielomianów, stosując warunki konieczny i wystarczający istnienia ekstremum
● uzasadnia, że dany wielomian nie ma ekstremum
● wyznacza najmniejszą i największą wartość wielomianu w przedziale domkniętym – w prostych przypadkach
● rozwiązuje zadania optymalizacyjne – w prostych przypadkach
● podaje i stosuje schemat badania własności funkcji
● szkicuje wykres wielomianu na podstawie badania jego własności

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

● uzasadnia, że funkcja nie ma granicy w punkcie
● uzasadnia, że dana liczba jest granicą funkcji w punkcie
● oblicza granicę funkcji w punkcie, również granice funkcji w postaci $y = \sqrt{f(x)}$ oraz granice funkcji trygonometrycznych
● stosuje twierdzenie o związku między wartościami granic jednostronnych w punkcie a granicą funkcji w punkcie
● oblicza granice funkcji w nieskończoności
● wyznacza równania asymptot pionowych i poziomych wykresu funkcji – w trudniejszych przypadkach
● bada ciągłość funkcji
● wyznacza wartości parametrów, dla których funkcja jest ciągła w danym punkcie lub

przedziale
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje własność Darboux do uzasadniania istnienia miejsca zerowego funkcji i wyznaczania jego przybliżonej wartości
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza pochodną funkcji w punkcie, korzystając z jej definicji – w trudniejszych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje interpretację geometryczną pochodnej funkcji w punkcie do wyznaczania współczynnika kierunkowego stycznej do wykresu funkcji w punkcie; oblicza kąt, jaki ta styczna tworzy z osią OX – w trudniejszych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> • uzasadnia istnienie pochodnej funkcji w punkcie
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje twierdzenia o pochodnej sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji do wyznaczania funkcji pochodnej oraz obliczania wartości pochodnej funkcji w punkcie
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza współrzędne punktu, w którym styczna do wykresu funkcji spełnia podane warunki
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza pochodne funkcji trygonometrycznych
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza pochodną funkcji złożonej
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje interpretację fizyczną pochodnej funkcji
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza przedziały monotoniczności funkcji – w trudniejszych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> • uzasadnia monotoniczność funkcji w danym zbiorze
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza wartości parametrów tak, aby funkcja była monotoniczna
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza ekstrema funkcji, stosując warunki konieczny i wystarczający istnienia ekstremum – w trudniejszych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> • uzasadnia, że funkcja nie ma ekstremum
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące ekstremów funkcji
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza wartości funkcji najmniejszą i największą w przedziale domkniętym
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania optymalizacyjne
<ul style="list-style-type: none"> • bada własności funkcji i szkicuje jej wykres

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> • wyprowadza wzory na pochodne funkcji
<ul style="list-style-type: none"> • wyprowadza wzory na pochodną sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza równania asymptot ukośnych wykresu funkcji
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności, wykorzystując pochodną i jej własności

5. STATYSTYKA

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> • oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę zestawu danych
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza średnią ważoną liczb z podanymi wagami

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> • oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę danych przedstawionych różnymi sposobami
<ul style="list-style-type: none"> • wykorzystuje w zadaniach średnią arytmetyczną, medianę, dominantę i średnią ważoną – w trudniejszych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę danych pogrupowanych różnymi sposobami

- rozwiązuje zadania dotyczące statystyki – w trudniejszych przypadkach

Poziom (**W**)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

- rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące statystyki