

Wymagania edukacyjne z matematyki - zakres rozszerzony

klasa I Technikum

1. LICZBY RZECZYWISTE

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

• podaje przykłady liczb: naturalnych, całkowitych, wymiernych, niewymiernych oraz przyporządkowuje liczbę do odpowiedniego zbioru liczb
• rozróżnia liczby pierwsze i liczby złożone
• rozkłada liczby naturalne na czynniki pierwsze (proste przypadki)
• wskazuje liczby podzielne np. przez 2, 3, 4, 5, 9, 10
• podaje dzielniki danej liczby naturalnej
• znajduje największy wspólny dzielnik i najmniejszą wspólną wielokrotność liczb
• porównuje liczby wymierne
• podaje przykład liczby wymiernej zawartej między dwiema danymi liczbami wymiernymi
• zaznacza na osi liczbowej daną liczbę wymierną, odczytuje z osi liczbowej współrzędne danego punktu
• przedstawia liczby wymierne w różnych postaciach
• wyznacza rozwinięcie dziesiętne ułamków zwykłych, zamienia ułamki dziesiętne o skończonym rozwinięciu dziesiętnym na ułamki zwykłe
• wykonuje proste działania w zbiorach liczb wymiernych
• oblicza wartość pierwiastka dowolnego stopnia z liczby nieujemnej oraz wartość pierwiastka nieparzystego stopnia z liczby rzeczywistej
• wyłącza czynnik przed znak pierwiastka kwadratowego; włącza czynnik pod znak pierwiastka kwadratowego (proste przypadki)
• wykonuje działania na pierwiastkach tego samego stopnia, stosując odpowiednie twierdzenia (proste przypadki)
• usuwa niewymierność z mianownika wyrażenia typu $\frac{1}{\sqrt{a}}$
• oblicza wartość potęgi o wykładniku wymiernym w prostych przypadkach
• przekształca i oblicza wartości wyrażeń zawierających pierwiastki kwadratowe (proste przypadki)
• szacuje wartości liczb niewymiernych
• zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o wykładniku wymiernym
• zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o danej podstawie w prostych przypadkach
• upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach (proste przypadki)
• porównuje liczby przedstawione w postaci potęg (proste przypadki)
• oblicza logarytm liczby
• interpretuje pojęcia procentu i punktu procentowego
• oblicza procent danej liczby
• oblicza, jakim procentem jednej liczby jest druga liczba
• wyznacza liczbę, gdy dany jest jej procent

Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziomy (K) oraz dodatkowo:

• porównuje liczby niewymierne
• podaje przykład liczby niewymiernej zawartej między dwiema danymi liczbami

wyznacza przybliżenia dziesiętne danej liczby rzeczywistej z zadaną dokładnością (również przy użyciu kalkulatora) oraz określa, czy dane przybliżenie jest przybliżeniem z nadmiarem czy z niedomiarem
zamienia ułamki np. $0,(2)$; $0,(02)$ na ułamki zwykłe
wykonuje działania łączne w zbiorach liczb rzeczywistych
konstruuje odcinki o długościach niewymiernych, np. $\sqrt{5}$
oblicza wartość pierwiastka dowolnego stopnia z liczby nieujemnej oraz wartość pierwiastka nieparzystego stopnia z liczby rzeczywistej
wykonuje działania na pierwiastkach tego samego stopnia, stosując odpowiednie twierdzenia
przekształca i oblicza wartości wyrażeń zawierających pierwiastki kwadratowe
zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o wykładniku wymiernym
zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o danej podstawie
upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach
porównuje liczby przedstawione w postaci potęg w prostych przypadkach
zapisuje i odczytuje liczbę w notacji wykładniczej
oblicza potęgi o wykładnikach wymiernych
stosuje równości wynikające z definicji logarytmu do obliczeń
stosuje twierdzenia o logarytmie iloczynu, ilorazu i potęgi w prostych przypadkach
posługuje się procentami w rozwiązywaniu prostych zadań praktycznych

Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

stosuje ogólny zapis liczb naturalnych: parzystych, nieparzystych, podzielnych przez 3 itp.
wykorzystuje dzielenie z resztą do przedstawienia liczby naturalnej w postaci $a \cdot k + r$
przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących podzielności liczb w prostych przypadkach
wykonuje działania łączne na liczbach rzeczywistych (trudniejsze przypadki)
zamienia ułamek dziesiętny okresowy na ułamek zwykły
porównuje pierwiastki bez użycia kalkulatora
wyznacza wartości wyrażeń arytmetycznych zawierających pierwiastki, stosując prawa działań na pierwiastkach
konstruuje odcinki o długościach niewymiernych, np. $\sqrt{15}$
wyłącza czynnik przed pierwiastek dowolnego stopnia, włącza czynnik pod pierwiastek dowolnego stopnia
stosuje działania na pierwiastkach do obliczania pól czworokątów
usuwa niewymierność z mianownika wyrażenia typu $\sqrt[3]{a}$
upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach (trudniejsze przypadki)
porównuje liczby przedstawione w postaci potęg
stosuje twierdzenia o logarytmie iloczynu, ilorazu i potęgi do obliczania wartości wyrażeń arytmetycznych
oblicza, o ile procent jedna liczba jest większa (mniejsza) od drugiej
rozwiązuje złożone zadania tekstowe, wykorzystując obliczenia procentowe

Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K), (P) i (R) oraz dodatkowo:

przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących podzielności liczb i reszt z dzielenia
--

(trudniejsze przypadki)
wyznacza wskazaną cyfrę po przecinku w rozcięciu dziesiętnym okresowym danej liczby
przeprowadza dowody twierdzeń o logarytmie iloczynu, ilorazu i potęgi
stosuje twierdzenia o logarytmie iloczynu, ilorazu i potęgi do udowodnienia równości wyrażeń

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

- rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące liczb rzeczywistych

2. JĘZYK MATEMATYKI

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

posługuje się pojęciami: zbiór, zbiór skończony, zbiór nieskończony
wymienia elementy danego zbioru
posługuje się pojęciem iloczynu, sumy zbiorów
zaznacza na osi liczbowej przedziały liczbowe
wyznacza iloczyn, sumę przedziałów liczbowych oraz zaznacza je na osi liczbowej
rozwiązuje proste nierówności liniowe, sprawdza, czy dana liczba spełnia daną nierówność
zaznacza na osi liczbowej zbiór rozwiązań nierówności liniowej
zapisuje zbiory w postaci przedziałów liczbowych, np. $A = \{x \in \mathbf{R}: x \geq -4 \wedge x < 1\} = [-4; 1)$
wyłącza wskazany jednomian przed nawias w sumie algebraicznej
mnoży sumy algebraiczne przez siebie oraz redukuje wyrazy podobne w otrzymanej sumie
zapisuje związki między wielkościami za pomocą wyrażeń algebraicznych w prostych przypadkach
stosuje wzory skróconego mnożenia do przekształcania wyrażeń algebraicznych w prostych przypadkach
stosuje przekształcenia wyrażeń algebraicznych do usunięcia niewymierności z mianownika ułamka, gdy w jego mianowniku jest liczba postaci $a\sqrt{b}$
stosuje przekształcenia wyrażeń algebraicznych do rozwiązywania prostych równań i nierówności
oblicza wartość bezwzględną liczby rzeczywistej
stosuje interpretację geometryczną wartości bezwzględnej liczby do rozwiązywania elementarnych równań i nierówności typu $x = a$, $x < a$

Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziomy (K) oraz dodatkowo:

posługuje się pojęciem podzbiór
opisuje symbolicznie dane zbiory w prostych przypadkach
podaje przykłady elementów nie należących do danego zbioru
wyznacza różnicę przedziałów liczbowych oraz zaznacza ją na osi liczbowej
rozwiązuje nierówności liniowe
zaznacza na osi liczbowej zbiór rozwiązań nierówności liniowej

• stosuje wzory skróconego mnożenia do przekształcania wyrażeń algebraicznych
• stosuje przekształcenia wyrażeń algebraicznych do rozwiązywania równań i nierówności
• stosuje interpretację geometryczną wartości bezwzględnej liczby do rozwiązywania równań i nierówności typu $x-3 =3$, $x+4 \leq 1$

Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• wyznacza iloczyn, sumę i różnicę danych zbiorów oraz dopełnienie zbioru
• zaznacza na osi liczbowej zbiory liczb spełniających układ nierówności liniowych z jedną niewiadomą
• wykonuje złożone działania na przedziałach liczbowych
• zapisuje związki między wielkościami za pomocą wyrażeń algebraicznych
• przeprowadza proste dowody, stosując działania na wyrażeniach algebraicznych
• stosuje wzory skróconego mnożenia do przekształcania wyrażeń algebraicznych
• stosuje wzory skróconego mnożenia do wykonywania działań na liczbach $a+b\sqrt{c}$
• usuwa niewymierność z mianownika wyrażenia typu $\frac{a}{b\pm c\sqrt{d}}$
• stosuje przekształcenia algebraiczne do rozwiązywania równań i nierówności (trudniejsze przypadki)
• stosuje nierówności pierwszego stopnia z jedną niewiadomą do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym
• upraszcza wyrażenia z wartością bezwzględną, w tym stosuje własność $\sqrt{x^2}= x$
• wyznacza przedziały liczbowe określone za pomocą wartości bezwzględnej
• zaznacza w układzie współrzędnych zbiory punktów, których współrzędne spełniają warunki zapisane za pomocą wartości bezwzględnej
• wyprowadza wzory skróconego mnożenia

Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) – (R) oraz dodatkowo:

• przeprowadza dowody, stosując działania na wyrażeniach algebraicznych
• stosuje wzory skróconego mnożenia do przekształcania wyrażeń algebraicznych
• stosuje wzory skróconego mnożenia do dowodzenia twierdzeń
• stosuje nierówności pierwszego stopnia z jedną niewiadomą do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym w trudniejszych przypadkach
• upraszcza wyrażenia algebraiczne, korzystając z własności wartości bezwzględnej
• opisuje przedziały liczbowe za pomocą wartości bezwzględnej
• wykorzystuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania równań i nierówności z wartością bezwzględną typu $2x-3 =5$, $3x+1 >7$, $\sqrt{x^2+4x+4}\leq 2$
• zaznacza w układzie współrzędnych zbiory punktów, których współrzędne spełniają warunki zapisane za pomocą wartości bezwzględnej

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

• formułuje i sprawdza hipotezy dotyczące praw działań na zbiorach
• dowodzi podzielności liczb w trudniejszych przypadkach
• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące zbiorów, przekształceń wyrażeń algebraicznych, nierówności i własności wartości bezwzględnej

3. UKŁADY RÓWNAŃ

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

• podaje przykładowe rozwiązania równania liniowego z dwiema niewiadomymi
• sprawdza, czy dana para liczb spełnia dany układ równań
• wyznacza wskazaną zmienną z danego równania liniowego
• rozwiązuje układy równań metodą podstawiania, gdy równania układu są uporządkowane (proste przypadki)
• rozwiązuje układy równań metodą przeciwnych współczynników, gdy równania układu są uporządkowane (proste przypadki)
• rozpoznaje układ oznaczony, nieoznaczony oraz sprzeczny

Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziomy (K) oraz dodatkowo:

• do danego równania dopisuje drugie równanie tak, aby rozwiązaniem była dana para liczb
• rozwiązuje układy równań metodą podstawiania
• określa, ile rozwiązań ma dany układ równań
• rozwiązuje układy równań metodą przeciwnych współczynników
• określa, czy dany układ równań jest sprzeczny, oznaczony, nieoznaczony
• stosuje układy równań liniowych do rozwiązywania prostych zadań tekstowych

Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• zapisuje w postaci układu równań podane informacje tekstowe
• dobiera współczynniki liczbowe w układzie równań tak, aby dana para liczb była jego rozwiązaniem
• dopisuje drugie równanie tak, aby układ był sprzeczny, oznaczony, nieoznaczony
• rozwiązuje układy równań w trudniejszych przypadkach, stosując przekształcenia algebraiczne i wzory skróconego mnożenia

Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) – (R) oraz dodatkowo:

• zapisuje rozwiązanie układu nieoznaczonego
• określa, ile rozwiązań ma dany układ równań w zależności od wartości parametrów
• rozwiązuje układy równań w trudniejszych przypadkach, stosując przekształcenia algebraiczne i wzory skróconego mnożenia
• stosuje układy równań do rozwiązywania złożonych zadań tekstowych, w tym zadań dotyczących prędkości oraz wielkości podanych za pomocą procentów: stężeń roztworów i lokat bankowych

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące układów równań, w tym układy równań z trzema niewiadomymi
• stosuje układy równań w trudniejszych zadaniach tekstowych

4. FUNKCJE

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

• rozpoznaje przyporządkowania będące funkcjami
• określa funkcję różnymi sposobami (grafem, wzorem, tabelą, wykresem, opisem słownym)
• poprawnie stosuje pojęcia: dziedziną, zbiór wartości, argument, miejsce zerowe, wartość i wykres funkcji
• odczytuje z wykresu dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, najmniejszą i największą wartość funkcji (w przypadku nieskomplikowanego wykresu)
• odczytuje z wykresu wartość funkcji dla danego argumentu oraz argument dla danej wartości funkcji
• wskazuje wykresy funkcji rosnących, malejących i stałych wśród różnych wykresów
• wyznacza dziedzinę funkcji określonej tabelą lub opisem słownym
• oblicza wartość funkcji dla różnych argumentów na podstawie wzoru funkcji w prostych przypadkach
• sprawdza algebraicznie, czy punktu o danych współrzędnych należy do wykresu funkcji danej wzorem
• wyznacza współrzędne punktów przecięcia wykresu funkcji danej wzorem z osiami układu współrzędnych (w prostych przypadkach)
• rysuje w prostych przypadkach wykres funkcji danej wzorem
• posługuje się pojęciem wektora i wektora przeciwnego
• sporządza wykresy funkcji: $y = f(x - p)$, $y = f(x) + q$, $y = f(x - p) + q$, gdy dany jest wykres funkcji $y = f(x)$
• stosuje funkcje i ich własności w prostych sytuacjach praktycznych
• wskazuje wielkości odwrotnie proporcjonalne
• szkicuje wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$ dla danego $a > 0$ i $x > 0$

Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziomy (K) oraz dodatkowo:

• na podstawie wykresu funkcji określa argumenty, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie, ujemne, niedodatnie oraz nieujemne
• określa na podstawie wykresu przedziały monotoniczności funkcji
• odczytuje argument odpowiadający podanej wartości funkcji
• wyznacza współrzędne punktów przecięcia wykresu funkcji danej wzorem z osiami układu współrzędnych
• rysuje wykres funkcji danej wzorem
• oblicza współrzędne wektora
• sporządza wykresy funkcji: $y = -f(x)$, $y = f(-x)$, na podstawie danego wykresu funkcji $y = f(x)$
• stosuje funkcje i ich własności w prostych sytuacjach praktycznych
• stosuje zależność między wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi do rozwiązywania prostych zadań
• wyznacza współczynnik proporcjonalności odwrotnej
• podaje wzór proporcjonalności odwrotnej, jeśli zna współrzędne punktu należącego do wykresu

Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• rozpoznaje i opisuje zależności funkcyjne w sytuacjach praktycznych
• przedstawia daną funkcję na różne sposoby w trudniejszych przykładach
• uzasadnia, dobierając odpowiednio argumenty, że funkcja nie jest monotoniczna
• na podstawie wykresu funkcji określa liczbę rozwiązań równania $f(x) = m$ dla ustalonej wartości m
• na podstawie wykresu funkcji odczytuje zbiory rozwiązań nierówności: $f(x) < m, f(x) > m, f(x) \leq m, f(x) \geq m$ dla ustalonej wartości m
• szkicuje wykres funkcji spełniającej podane warunki oraz określonej różnymi wzorami w różnych przedziałach
• wyznacza współrzędne początku lub końca wektora, jeśli ma dane współrzędne wektora i jednego z punktów
• znajduje obraz figury w przesunięciu o dany wektor
• zapisuje wzór funkcji, której wykres otrzymano w wyniku przesunięcia o dany wektor w prostych przypadkach
• szkicuje wykresy funkcji, stosując przekształcenia wykresu
• stosuje funkcje i ich własności w sytuacjach praktycznych, w tym proporcjonalność odwrotną, do rozwiązywania zadań dotyczących drogi, prędkości i czasu

Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) – (R) oraz dodatkowo:

• przedstawia daną funkcję na różne sposoby w trudniejszych przykładach
• odczytuje z wykresów funkcji rozwiązania równań i nierówności typu $f(x) = g(x), f(x) < g(x), f(x) > g(x)$
• szkicuje wykresy funkcji spełniającej podane warunki w trudniejszych przypadkach oraz określonej różnymi wzorami w różnych przedziałach
• zapisuje wzór funkcji, której wykres otrzymano w wyniku przesunięcia o dany wektor
• szkicuje wykres funkcji będący efektem wykonania dwóch przekształceń wykresu funkcji $y = f(x)$
• uzasadnia monotoniczność funkcji opisanej nieskomplikowanym wzorem na podstawie definicji

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

• udowadnia, że funkcja np. $f(x) = \frac{1}{x}$ nie jest monotoniczna w swojej dziedzinie
• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji

5. FUNKCJA LINIOWA

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

• rozpoznaje funkcję liniową na podstawie wzoru lub wykresu
• rysuje wykres funkcji liniowej danej wzorem
• oblicza wartość funkcji liniowej dla danego argumentu
• wyznacza miejsce zerowe funkcji liniowej
• określa monotoniczność funkcji liniowej danej wzorem
• sprawdza algebraicznie, czy dany punkt należy do wykresu funkcji liniowej

• odczytuje z wykresu funkcji liniowej jej własności: dziedzinę, zbiór wartości, miejsce zerowe, monotoniczność
• wyznacza współrzędne punktów przecięcia wykresu funkcji liniowej z osiami układu współrzędnych
• rozpoznaje proste równoległe wśród prostych opisanych równaniami kierunkowymi
• oblicza współczynnik kierunkowy prostej, jeśli dane są współrzędne dwóch punktów należących do tej prostej
• rozpoznaje wielkości wprost proporcjonalne

Poziom(P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziom (K) oraz dodatkowo:

• interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji liniowej
• oblicza argument, dla którego funkcja liniowa przyjmuje daną wartość
• wyznacza algebraicznie oraz odczytuje z wykresu funkcji liniowej zbiór argumentów, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie, ujemne, niedodatnie, nieujemne
• wyznacza równanie prostej przechodzącej przez dane dwa punkty
• przekształca równanie ogólne prostej do postaci kierunkowej i odwrotnie
• sprawdza, czy dane trzy punkty są współliniowe
• rozpoznaje proste prostopadłe wśród prostych opisanych równaniami kierunkowymi
• wyznacza wzór funkcji liniowej, której wykres przechodzi przez dany punkt i jest równoległy do wykresu danej funkcji liniowej
• wyznacza wzór funkcji liniowej, której wykres przechodzi przez dany punkt i jest prostopadły do wykresu danej funkcji liniowej
• rozwiązuje układ równań metodą graficzną
• określa liczbę rozwiązań układu równań liniowych, korzystając z jego interpretacji geometrycznej
• opisuje równaniem wielkości wprost proporcjonalne

Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• oblicza, dla jakich wartości parametru funkcja liniowa jest rosnąca, malejąca, stała
• rozpoznaje wzajemne położenie prostych na podstawie ich równań
• znajduje współrzędne wierzchołków wielokąta, gdy dane są równania prostych zawierających jego boki
• rozwiązuje zadania tekstowe prowadzące do układów równań liniowych z dwiema niewiadomymi
• oblicza, dla jakich wartości parametru dwie proste są równoległe
• analizuje własności funkcji liniowej

Poziom(D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) – (R) oraz dodatkowo:

• oblicza pole figury ograniczonej wykresami funkcji liniowych oraz osiami układu współrzędnych
• rozpoznaje wzajemne położenie prostych na podstawie ich równań
• oblicza, dla jakich wartości parametru dwie proste są prostopadłe
• rozwiązuje zadania tekstowe prowadzące do układów równań liniowych z dwiema niewiadomymi
• stosuje warunek równoległości, prostopadłości prostych w dowodach własności figur
• rozwiązuje równania i nierówności liniowe z parametrem
• określa własności funkcji liniowej w zależności od wartości parametrów występujących w jej wzorze

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

wykorzystuje własności funkcji liniowej w zadaniach dotyczących wielokątów w układzie współrzędnych
wyprowadza wzór na współczynnik kierunkowy prostej przechodzącej przez dwa punkty
udowadnia warunek prostopadłości prostych o danych równaniach kierunkowych
rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji liniowej