

Wymagania edukacyjne z matematyki - zakres rozszerzony

klasa III Technikum

1. TRYGONOMETRIA

Poziom **(K)** lub **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• stosuje twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa w prostych przypadkach
• wykorzystuje wzory na przekątną kwadratu i wysokość trójkąta równobocznego
• oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym o danych długościach boków
• podaje wartości funkcji trygonometrycznych kątów: 30°, 45°, 60°
• odczytuje z tablic wartości funkcji trygonometrycznych danego kąta ostrego
• odczytuje z tablic miarę kąta ostrego, gdy zna wartość jego funkcji trygonometrycznej
• oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, gdy dany jest sinus lub cosinus kąta
• rozwiązuje trójkąty prostokątne w prostych przypadkach
• stosuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania prostych zadań praktycznych
• wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kąta wypukłego, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na jego końcowym ramieniu; przedstawia ten kąt na rysunku
• stosuje wzory: $\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$, $\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$ $\operatorname{tg}(180^\circ - \alpha) = -\operatorname{tg} \alpha$, $\operatorname{ctg}(180^\circ - \alpha) = -\operatorname{ctg} \alpha$ do obliczania wartości wyrażenia
• oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kątów rozwartych, korzystając z tablic wartości funkcji trygonometrycznych
• zaznacza w układzie współrzędnych kąt, gdy dana jest wartość jego funkcji trygonometrycznej
• stosuje w zadaniach wzór na pole trójkąta: $P = \frac{1}{2}ah$ oraz wzór na pole trójkąta równobocznego o boku a: $P = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$
• rozróżnia czworokąty: kwadrat, prostokąt, romb, równoległobok, trapez oraz zna ich własności
• wykorzystuje w zadaniach wzory na pola czworokątów w prostych przypadkach
• wykorzystuje funkcje trygonometryczne do obliczania obwodów i pól podstawowych figur płaskich w prostych przypadkach

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• wyznacza w trudniejszych przypadkach długości odcinków w trójkącie, korzystając z twierdzenia Pitagorasa
• wyprowadza zależności ogólne, np. dotyczące długości przekątnej kwadratu i wysokości trójkąta równobocznego
• wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kątów ostrych w bardziej złożonych sytuacjach
• uzasadnia proste zależności, korzystając z własności funkcji trygonometrycznych
• stosuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania trójkątów i w zadaniach praktycznych
• stosuje poznane związki do upraszczania wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne
• uzasadnia związki między funkcjami trygonometrycznymi kątów ostrych α i $90^\circ - \alpha$

• wyprowadza wzór na jedynkę trygonometryczną oraz pozostałe związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta
• przekształca w trudniejszych przypadkach wyrażenia trygonometryczne, stosując związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta
• oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, gdy dany jest tangens lub cotangens kąta
• uzasadnia, że podana równość jest tożsamością trygonometryczną
• wykorzystuje związki między funkcjami trygonometrycznymi do rozwiązywania zadań
• stosuje podczas rozwiązywania zadań wzór na pole trójkąta $P = \frac{1}{2}ab \sin \gamma$
• wyprowadza wzór $P = \frac{1}{2}ab \sin \gamma$
• oblicza pola czworokątów w trudniejszych przypadkach
• wykorzystuje umiejętność wyznaczania pól trójkątów do obliczania pól innych wielokątów
• uzasadnia niektóre własności czworokątów

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

• przeprowadza dowód twierdzenia Pitagorasa i twierdzenia odwrotnego do twierdzenia Pitagorasa
• uzasadnia związki miarowe w czworokątach
• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności z zastosowaniem trygonometrii, w tym zadania na dowodzenie związków miarowych w trójkątach i czworokątach

2. PLANIMETRIA

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• rozpoznaje kąty środkowe w okręgu
• oblicza długość okręgu i długość łuku okręgu w prostych przypadkach
• określa wzajemne położenie dwóch okręgów, gdy dane są promienie tych okręgów oraz odległość między ich środkami
• wykorzystuje styczność okręgów do rozwiązywania zadań w prostych przypadkach
• oblicza pole koła i pole wycinka koła
• oblicza pole figury, stosując wzór na pole koła, i pole wycinka koła w prostych sytuacjach
• określa wzajemne położenie okręgu i prostej, porównując odległość jego środka od prostej z promieniem okręgu
• rozpoznaje kąty wpisane w okrąg oraz wskazuje łuki, na których są one oparte
• stosuje twierdzenie o kącie środkowym i wpisanym, opartych na tym samym łuku oraz wnioski z tego twierdzenia w prostych przypadkach
• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na trójkącie równobocznym lub prostokątnym
• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na dowolnym trójkącie w zadaniach z planimetrii w prostych przypadkach
• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt równoboczny lub prostokątny
• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w dowolny trójkąt w prostych przypadkach
• sprawdza, czy na danym czworokącie można opisać okrąg
• stosuje twierdzenie o okręgu opisanym na czworokącie do rozwiązywania zadań w prostych przypadkach
• sprawdza, czy w dany czworokąt można wpisać okrąg
• stosuje twierdzenie o okręgu wpisanym w czworokąt do rozwiązywania zadań w prostych

przypadkach
• opisuje własności wielokątów foremnych • oblicza miarę kąta wewnętrznego danego wielokąta foremnego • wyznacza liczbę boków wielokąta foremnego, znając sumę miar jego kątów wewnętrznych • oblicza promień okręgu opisanego na wielokącie foremnym i wpisanego w wielokąt foremnym w prostych przypadkach • stosuje twierdzenie sinusów do rozwiązywania trójkątów w prostych przypadkach, także osadzonych w kontekście praktycznym • stosuje twierdzenie cosinusów do rozwiązywania trójkątów w prostych przypadkach, także osadzonych w kontekście praktycznym • wskazuje najmniejszy (największy) kąt w trójkącie, znając długości boków trójkąta

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• wykorzystuje styczność okręgów do rozwiązywania zadań w trudniejszych przypadkach • oblicza pole figury, stosując wzory na pole koła i pole wycinka kołowego • wykorzystuje twierdzenie o odcinkach stycznych do rozwiązywania zadań • korzysta z własności stycznej do okręgu do rozwiązywania zadań • stosuje twierdzenie o kątach środkowym i wpisanym, opartych na tym samym łuku oraz wnioski z tego twierdzenia w trudniejszych przypadkach • stosuje twierdzenie o cięciwach do wyznaczania długości odcinków w okręgach • rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na trójkącie • rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt • rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na czworokącie • rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w czworokąt • stosuje twierdzenie sinusów i cosinusów do rozwiązywania trójkątów oraz do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym • przeprowadza dowód twierdzenia o kątach środkowym i wpisanym w okręgu, opartych na tym samym łuku

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

• przeprowadza dowód twierdzenia o cięciwach w okręgu • udowadnia zależności w trójkątach i czworokątach o podwyższonym stopniu trudności • udowadnia zależności w wielokątach foremnym o podwyższonym stopniu trudności, także z zastosowaniem trygonometrii • przeprowadza dowód twierdzenia sinusów i dowód twierdzenia cosinusów • rozwiązuje zadania z planimetrii z zastosowaniem trygonometrii o podwyższonym stopniu trudności
--

3. FUNKCJA WYKŁADNICZA I FUNKCJA LOGARYTMICZNA

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o danej podstawie i wykładniku rzeczywistym • upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach w prostych przypadkach • oblicza wartości funkcji wykładniczej dla podanych argumentów • sprawdza, czy podany punkt należy do wykresu danej funkcji wykładniczej • wyznacza wzór funkcji wykładniczej na podstawie współrzędnych punktu należącego do

wykresu tej funkcji oraz szkicuje ten wykres
• szkicuje wykres funkcji wykładniczej i podaje jej własności
• szkicuje wykres funkcji wykładniczej, stosując przesunięcie o wektor albo symetrię względem osi układu współrzędnych, i podaje jej własności
• oblicza logarytm danej liczby
• stosuje równości wynikające z definicji logarytmu do prostych obliczeń
• stosuje twierdzenia o logarytmie iloczynu, ilorazu oraz potęgi do obliczania wartości wyrażeń z logarytmami w prostych przypadkach
• szkicuje wykres funkcji logarytmicznej i określa jej własności
• oblicza podstawę logarytmu we wzorze funkcji logarytmicznej, znając współrzędne punktu należącego do wykresu tej funkcji
• wyznacza zbiór wartości funkcji logarytmicznej o podanej dziedzinie
• szkicuje wykres funkcji logarytmicznej, stosując przesunięcie o wektor albo symetrię względem osi układu współrzędnych, i podaje jej własności
• stosuje twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu przy przekształcaniu wyrażeń z logarytmami w prostych przypadkach
• wykorzystuje funkcje wykładniczą i logarytmiczną do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym w prostych przypadkach

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach w bardziej złożonych sytuacjach
• porównuje liczby przedstawione w postaci potęg w trudniejszych przypadkach
• podaje przybliżone wartości logarytmów dziesiętnych z wykorzystaniem tablic
• wyznacza podstawę logarytmu lub liczbę logarytmowaną, gdy dana jest wartość logarytmu, podaje odpowiednie założenia dla podstawy logarytmu oraz liczby logarytmowanej
• stosuje twierdzenie o logarytmie iloczynu, ilorazu i potęgi do uzasadniania równości wyrażeń
• szkicuje wykresy funkcji wykładniczej lub logarytmicznej otrzymane w wyniku złożenia kilku przekształceń
• rozwiązuje proste równania wykładnicze, korzystając z wykresu i własności funkcji wykładniczej
• rozwiązuje proste nierówności wykładnicze, korzystając z wykresu i monotoniczności funkcji wykładniczej
• rozwiązuje proste równania i nierówności logarytmiczne, korzystając z wykresu i własności funkcji logarytmicznej
• wykorzystuje własności funkcji wykładniczej i logarytmicznej do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym, np. dotyczące wzrostu wykładniczego i rozpadu promieniotwórczego
• rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące funkcji wykładniczej lub logarytmicznej
• zaznacza w układzie współrzędnych zbiory punktów opisanych z wykorzystaniem funkcji wykładniczej i logarytmicznej
• wykorzystuje twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu w zadaniach na dowodzenie
• udowadnia twierdzenie dotyczące niewymierności liczby np. $\log_2 3$

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji wykładniczej i logarytmicznej
• udowadnia twierdzenia o logarytmach, w szczególności twierdzenie o działaniach na

4. FUNKCJE TRYGONOMETRYCZNE

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na jego końcowym ramieniu
• zaznacza kąt w układzie współrzędnych
• określa znaki funkcji trygonometrycznych danego kąta
• oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kątów: 90° , 120° , 135° , 150°
• określa położenie końcowego ramienia kąta na podstawie informacji o wartościach funkcji trygonometrycznych tego kąta
• wykorzystuje funkcje trygonometryczne – w prostych przypadkach
• zapisuje miarę danego kąta w postaci $k \cdot 360^\circ + \alpha$, $k \in \mathbf{Z}$
• zamienia miarę stopniową na miarę łukową i odwrotnie
• odczytuje okres podstawowy funkcji z jej wykresu
• szkicuje wykresy funkcji trygonometrycznych w danym przedziale i określa ich własności
• szkicuje wykres funkcji $y = f(x - p) + q$, gdzie f jest funkcją trygonometryczną, i określa jej własności
• szkicuje wykresy funkcji $y = -f(x)$ oraz $y = f(-x)$, gdzie f jest funkcją trygonometryczną, i określa ich własności
• uzasadnia proste tożsamości trygonometryczne, podaje odpowiednie założenia
• oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, znając wartość funkcji sinus lub cosinus
• wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kątów z zastosowaniem wzorów na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów
• stosuje wzory na funkcje trygonometryczne podwojonego kąta – w prostych przypadkach
• zapisuje dany kąt w postaci $k \cdot \frac{\pi}{2} \pm \alpha$ lub $k \cdot 90^\circ \pm \alpha$, gdzie $k \in \mathbf{Z}$
• stosuje wzory redukcyjne do obliczania wartości funkcji trygonometrycznych danych kątów
• rozwiązuje proste równania trygonometryczne
• posługuje się tablicami lub kalkulatorem do wyznaczania miary kąta w podanym przedziale, znając wartość jednej z jego funkcji trygonometrycznych

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• oblicza wartości funkcji trygonometrycznych szczególnych kątów, np.: -90° , 315° , 1080°
• stosuje w zadaniach funkcje trygonometryczne – w trudniejszych przypadkach
• wyznacza kąt, mając daną wartość jednej z jego funkcji trygonometrycznych – w trudniejszych przypadkach
• szkicuje wykres funkcji okresowej
• stosuje okresowość funkcji do wyznaczania jej wartości
• stosuje własności funkcji trygonometrycznej do obliczania jej wartości dla kąta o podanej mierze łukowej
• na podstawie wykresów funkcji trygonometrycznych szkicuje wykresy funkcji będące efektem wykonania kilku przekształceń; określa ich własności
• oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, znając wartość funkcji tangens lub cotangens
• udowadnia tożsamości trygonometryczne, podaje odpowiednie założenia – w trudniejszych zadaniach
• stosuje wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów, podwojonego kąta do przekształcania wyrażeń, w tym do uzasadniania tożsamości trygonometrycznych – w trudniejszych przypadkach

• stosuje wzory redukcyjne do upraszczania wyrażeń i udowadniania tożsamości trygonometrycznych
• stosuje związki między funkcjami trygonometrycznymi do rozwiązywania trudniejszych równań trygonometrycznych
• wyznacza zbioru wartości funkcji złożonej
• obliczania wartości funkcji trygonometrycznych połowy kąta

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

• wyprowadza wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów oraz funkcje podwojonego kąta
• rozwiązuje zadania dotyczące funkcji trygonometrycznych – o znacznym stopniu trudności

5. GEOMETRIA ANALITYCZNA

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• oblicza odległość między punktami w układzie współrzędnych
• stosuje wzór na odległość między punktami w zadaniach dotyczących wielokątów – w prostych przypadkach
• wyznacza współrzędne środka odcinka, gdy dane są współrzędne jego końców
• stosuje wzory na współrzędne środka odcinka do rozwiązywania zadań – w prostych przypadkach
• oblicza odległość punktu od prostej i odległość między prostymi równoległymi
• stosuje wzór na odległość punktu od prostej do rozwiązywania zadań – w prostych przypadkach
• podaje równanie okręgu o danym środku i promieniu
• podaje współrzędne środka i promień okręgu, gdy dane jest jego równanie w postaci kanonicznej lub postaci ogólnej
• wyznacza równanie okręgu o danym środku, przechodzącego przez dany punkt
• podaje liczbę punktów wspólnych i określa wzajemne położenie okręgu i prostej opisanych danymi równaniami
• rozwiązuje algebraicznie układy równań drugiego stopnia i podaje ich interpretację geometryczną w prostych przypadkach
• wykonuje działania na wektorach
• sprawdza, czy wektory są równoległe
• stosuje działania na wektorach do badania współliniowości punktów
• stosuje działania na wektorach do podziału odcinka
• wykorzystuje działania na wektorach do rozwiązywania prostych zadań dotyczących wielokątów w układzie współrzędnych
• rozpoznaje figury osiowosymetryczne i środkowosymetryczne
• wyznacza współrzędne obrazów punktów oraz wierzchołków wielokąta w symetrii osiowej lub symetrii środkowej względem osi układu współrzędnych lub początku układu współrzędnych

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• wyznacza równanie krzywej, do której należą punkty równo odległe od punktu i od prostej
• stosuje własności stycznej do okręgu do rozwiązywania zadań – w trudniejszych przypadkach
• stosuje wzory na odległość między punktami i środek odcinka do rozwiązywania zadań dotyczących wielokątów – w trudniejszych przypadkach
• sprawdza, czy dane równanie jest równaniem okręgu
• wyznacza wartość parametru tak, aby dane równanie opisywało okrąg
• stosuje równanie okręgu do rozwiązywania zadań, w tym do wyznaczania równania okręgu

opisanego na trójkącie
• określa wzajemne położenie dwóch okręgów opisanych danymi równaniami
• wykorzystuje wzajemne położenie okręgów w prostych zadaniach z parametrem
• stosuje układy równań drugiego stopnia w zadaniach różnych typów
• stosuje w zadaniach działania na wektorach oraz ich interpretację geometryczną – w bardziej złożonych przypadkach
• stosuje własności symetrii osiowej i symetrii środkowej – w bardziej złożonych przypadkach

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

• wykorzystuje działania na wektorach w zadaniach na dowodzenie
• rozwiązuje zadania z geometrii analitycznej o znacznym stopniu trudności